

Code No. 7053

For Scheme-I Candidates only

Second Year – March 2015

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool-off time'.
- Use the 'cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയവിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പറിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(a) find $A + B$

(Score : 1)

(b) find $(A + B)C$

(Scores : 2)

2. Let $*$ be the binary operation on N given by $a * b$, L.C.M. of a and b

(a) find $20 * 16$

(Score : 1)

(b) Is $*$ associative? Justify your answer.

(Scores : 3)

3. (a) Find the principal value of $\tan^{-1}(-1)$.

(Score : 1)

(b) Solve $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$

(Scores : 3)

4. Consider $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

(a) find A'

(Score : 1)

(b) find $A + A'$ and $A - A'$

(Scores : 2)

(c) Express A as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrix.

(Scores : 4)

5. (a) Find the value of $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$

(Score : 1)

(b) Prove that $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} = 0$

(Scores : 2)

(c) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} .

(Scores : 2)

6. (a) Examine the continuity of the function

$$f(x) = 2x^2 - 1 \text{ at } x = 3$$

(Score : 1)

(b) If $f(x) = \begin{cases} kx + 1 & \text{if } x \leq 5 \\ 3x - 5 & \text{if } x > 5 \end{cases}$ is continuous at $x = 5$

find the value of k .

(Scores : 3)

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ എങ്കിൽ

- (a) $A + B$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
 (b) $(A + B)C$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 2)

2. എണ്ണൽ സംഖ്യാഗണം N ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ * നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നത് $a * b, L.C.M., a \& b$ എന്ന രീതിയിലാണ് എങ്കിൽ

- (a) $20 * 16$ ന്റെ വില കാണുക. (സ്കോർ : 1)
 (b) * അസ്സോസിയേറ്റീവ് ആണോ? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരത്തെ സാധൂകരിക്കുക. (സ്കോർ : 3)

3. (a) $\tan^{-1}(-1)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യൂ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
 (b) $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (സ്കോർ : 3)

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സ് പരിഗണിക്കുക.

- (a) A' കാണുക. (സ്കോർ : 1)
 (b) $A + A'$ യും $A - A'$ ഉം കാണുക. (സ്കോർ : 2)
 (c) A എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സ്ക്യൂ-സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (സ്കോർ : 4)

5. (a) $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)

(b) $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർ : 2)

(c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ എങ്കിൽ A^{-1} കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 2)

6. (a) $f(x) = 2x^2 - 1$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $x = 3$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ കണ്ടിന്ത്യവസ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (സ്കോർ : 1)

(b) $f(x) = \begin{cases} kx + 1 & \text{if } x \leq 5 \\ 3x - 5 & \text{if } x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $x = 5$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ കണ്ടിന്ത്യവസ് ആണെങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 3)

7. (a) Choose the correct answer from the bracket. The derivative of a^x is –
 $\left(\frac{a^x}{\log_e a}, a^x, \log_e a a^x, x a^{x-1} \right)$ (Score : 1)
- (b) Differentiate $y = (\sin x)^{\log x}$, $\sin x > 0$ w.r. to x . (Scores : 2)
- (c) If $y = (\sin^{-1} x)^2$, prove that $(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 2$ (Scores : 3)
8. (a) The total revenue in rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$. Find the marginal revenue when $x = 7$. (Scores : 2)
- (b) The total profit of y (in rupees) of a drug company from the manufacturer and sale of x bottles of drug is given by $y = \frac{-x^2}{200} + x - 25$, what is the maximum profit? (Scores : 3)
9. (a) Find $\int \cot x \, dx$ (Score : 1)
- (b) Find $\int \frac{3x - 2}{(x + 1)^2 (x + 3)} \, dx$ (Scores : 4)
- OR**
- (a) Find $\int e^{2x} \, dx$ (Score : 1)
- (b) Find $\int \log(x^2 + 1) \, dx$ (Scores : 4)
10. Consider the curves $y^2 = x$ and $x^2 = y$
- (a) Draw a rough sketch of the region bounded by the above curves. (Score : 1)
- (b) Find the area between the above curves. (Scores : 3)
11. Consider the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \log x$.
- (a) Find its integrating factor. (Score : 1)
- (b) Solve the differential equation. (Scores : 3)

7. (a) ബ്രാക്കറ്റിൽ നിന്നും ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.
 a^x ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് ആണ് _____. $\left(\frac{a^x}{\log_e a}, a^x, \log_e a a^x, xa^{x-1} \right)$ (സ്കോർ : 1)
- (b) $y = (\sin x)^{\log x}$, $\sin x > 0$ എന്ന ഫംഗ്ഷനെ ഡിഫറൻഷ്യേറ്റ് ചെയ്യുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (c) $y = (\sin^{-1} x)^2$ ആയാൽ $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
8. (a) ഒരു ഉല്പന്നത്തിന്റെ x യൂണിറ്റുകളുടെ വിലപനയിൽ നിന്നുള്ള ആകെ വരുമാനം $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$ എങ്കിൽ $x = 7$ യൂണിറ്റ് ആകുമ്പോഴുള്ള മാർജിനൽ റവന്യൂ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (b) ഒരു ഉല്പാദകനിൽ നിന്നും ഒരു മരുന്നു കമ്പനിയുടെ ആകെ ലാഭം y (രൂപയിൽ), മരുന്നു കുപ്പികളുടെ വിലപന x എന്ന നിലയിൽ $y = \frac{-x^2}{200} + x - 25$ എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു എങ്കിൽ പരമാവധി ലാഭം എന്തായിരിക്കും? (സ്കോർസ് : 3)
9. (a) $\int \cot x \, dx$ കാണുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) $\int \frac{3x-2}{(x+1)^2(x+3)} \, dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 4)
അല്ലെങ്കിൽ
- (a) $\int e^{2x} \, dx$ കാണുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) $\int \log(x^2 + 1) \, dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 4)
10. $y^2 = x$, $x^2 = y$ എന്നീ വക്രങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.
(a) മുകളിൽ കൊടുത്ത വക്രങ്ങൾ കൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) മുകളിൽ കൊടുത്ത വക്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
11. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \log x$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.
(a) പ്രസ്തുത ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കാണുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (സ്കോർസ് : 3)

12. If $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$
- (a) Find $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ (Score : 1)
- (b) Find $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ (Scores : 2)
- (c) Find the unit vector perpendicular to both $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$. (Scores : 3)
13. Consider the lines $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ and $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$
- (a) Express the above lines into vector form $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$. (Score : 1)
- (b) Find the shortest distance between these lines. (Scores : 4)
14. A company produces two types of tennis balls A and B. The production time of one ball of type B is double the type A (time in units). The company has a time to produce a maximum 2000 balls per day. The supply of raw material is sufficient for the production of 1500 balls (both A and B) per day. The company wants to make maximum profit by making profit of ₹ 3 from a ball of type A and ₹ 5 from a ball of type B.
- (a) Write the objective function. (Score : 1)
- (b) Write the constraints. (Scores : 2)
- (c) How many balls should be produced in each type per day in order to get maximum profit? (Scores : 5)
15. Two balls are drawn at random with replacement from a box containing 10 black and 8 red balls.
- (a) Find the probability of drawing if both of them are red. (Score : 1)
- (b) Find the probability that one of them is black and the other is red. (Scores : 3)
16. Give that $P(H) = \frac{3}{5}$, $P(E) = \frac{2}{5}$ and $P(H \cap E) = \frac{1}{10}$
- (a) Find $P(H \text{ and } E)$ (Scores : 2)
- (b) Find $P(H \text{ and not } E)$ (Scores : 2)
- (c) Find $P(E \text{ and not } H)$ (Scores : 2)

12. $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ എങ്കിൽ
- (a) $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
 - (b) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
 - (c) $\vec{a} + \vec{b}$ യ്ക്കും $\vec{a} - \vec{b}$ യ്ക്കും ലംബമായി വരുന്ന യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

13. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ എന്നീ രേഖകൾ പരിഗണിക്കുക.
- (a) മുകളിൽ കൊടുത്ത രേഖകളെ $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$ എന്ന വെക്ടർ രൂപത്തിലേയ്ക്ക് മാറ്റുക. (സ്കോർ : 1)
 - (b) ഈ രേഖകൾക്കിടയിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം (shortest distance) കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 4)

14. ഒരു കമ്പനി A, B എന്ന രണ്ട് തരത്തിലുള്ള ടെനീസ് ബാളുകൾ ഉല്പാദിപ്പിക്കുന്നു. ഒരു B ടൈപ്പ് ബാളിന്റെ ഉല്പാദന സമയം A ടൈപ്പ് ബാളിന്റെ ഉല്പാദന സമയത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ്. (സമയം യൂണിറ്റിൽ). ഒരു ദിവസം പരമാവധി 2000 ബാളുകൾ നിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള സമയം കമ്പനിക്കുണ്ട്. ഓരോ ദിവസവും 1500 ബാളുകളുടെ ഉല്പാദനത്തിനുള്ള അസംസ്കൃത സാധനങ്ങൾ ലഭ്യവുമാണ്. A ടൈപ്പ് ബാളിൽ നിന്നും ₹ 3 വെച്ചും B ടൈപ്പ് ബാളിൽ നിന്നും ₹ 5 വെച്ചും ലാഭമുണ്ടാക്കി കമ്പനിക്ക് പരമാവധി ലാഭം നേടണമെന്നുണ്ട്.
- (a) ഇതിന്റെ ഒബ്ജക്ടീവ് ഫംഷൻ എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)
 - (b) കൺസ്ട്രെയിനുകൾ എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 2)
 - (c) പരമാവധി ലാഭം നേടാൻ ദിവസവും ഓരോ ടൈപ്പിലുള്ള എത്ര ബാളുകൾ നിർമ്മിക്കണം? (സ്കോർസ് : 5)

15. 10 കറുപ്പ്, 8 ചുവപ്പ് ബാളുകളടങ്ങിയ ഒരു ബോക്സിൽ നിന്നും തിരിച്ചിടുന്ന തരത്തിൽ രണ്ട് ബാളുകൾ റാൻഡം ആയി എടുക്കുന്നു.
- (a) എടുത്ത ബാളുകളിൽ രണ്ടും ചുവപ്പാകുന്നതിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. (സ്കോർ : 1)
 - (b) എടുക്കുന്ന രണ്ട് ബാളുകളിൽ ഒരേണ്ണം ചുവപ്പും മറ്റേത് കറുപ്പും ആകുന്നതിനുള്ള (പ്രോബബിലിറ്റി) കാണുക. (സ്കോർസ് : 3)

16. $P(H) = \frac{3}{5}$, $P(E) = \frac{2}{5}$, $P(H \cap E) = \frac{1}{10}$ എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു.
- (a) $P(H \text{ and } E)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
 - (b) $P(H \text{ and not } E)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
 - (c) $P(E \text{ and not } H)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)